UNIDAD 8:

FIGURAS PLANAS

5º Curso

MATEMÁTICAS

I. Los polígonos
- Triángulos
- Cuadriláteros

II. Circunferencia y círculo
- Longitud de la circunferencia

III. La superficie
- Medida de la superficie
- Unidades de medida
- Unidades agrarias

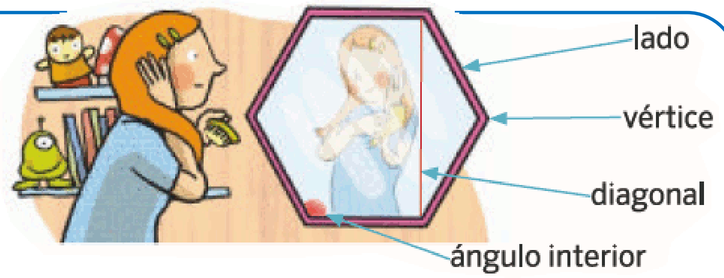
IV. El área de los polígonos
- Triángulos y cuadriláteros
- Polígonos regulares
- Área del círculo
- Otras figuras

Cruz de Piedra

Los polígonos [p. 1]

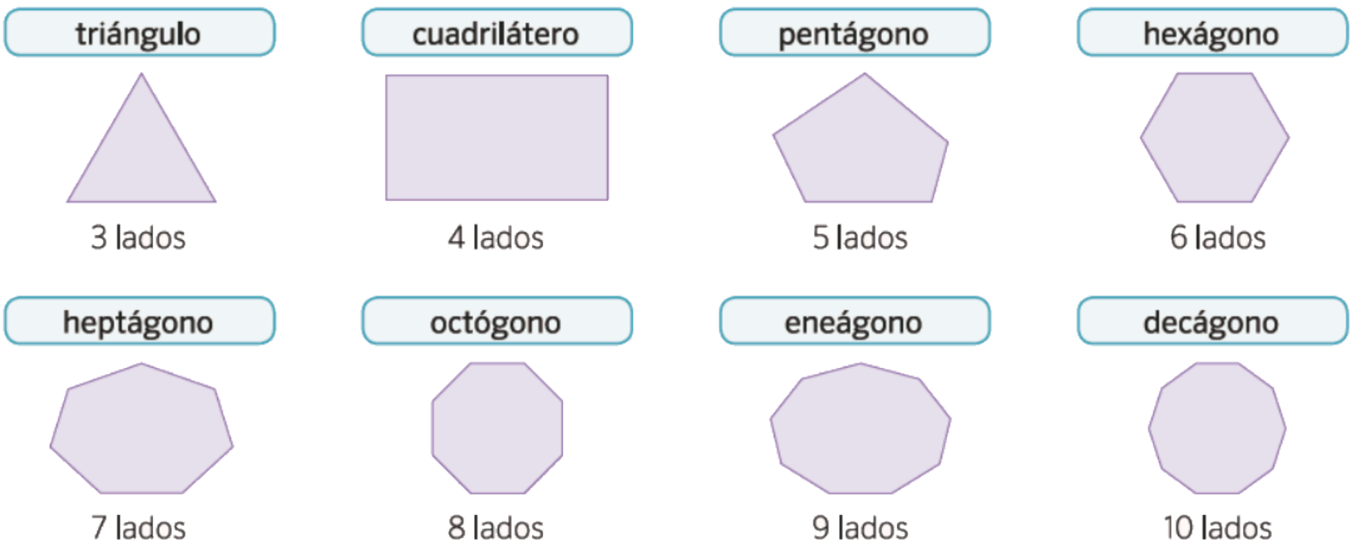
El espejo de la habitación de Nuria tiene forma de polígono. Su marco forma una línea poligonal cerrada.

Sus lados miden 30 cm, por tanto su perímetro es 30 cm x 6= 180 cm



Un **polígono** es una figura plana formada por una línea poligonal cerrada.
El perímetro de un polígono es la suma de las longitudes de todos sus lados.

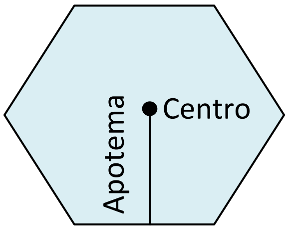
Según **su número de lados** los polígonos pueden ser:



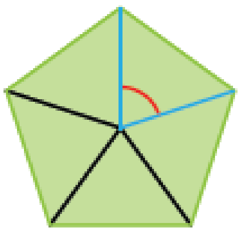
Un **polígono** es **regular** si todos sus lados y todos sus ángulos son iguales.

En los polígonos regulares distinguimos:

- El **centro,** que es el punto interior que se halla a igual distancia de todos sus vértices.
- La **apotema,** que es el segmento perpendicular desde el centro a uno cualquiera de sus lados.

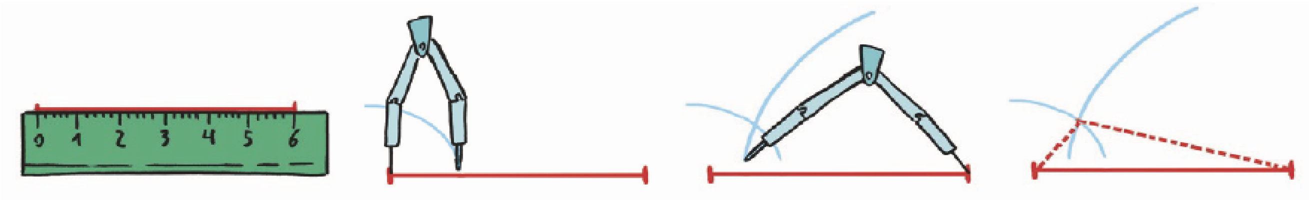


El **ángulo central** es aquel que tiene el vértice en el centro del polígono y cuyos lados pasan por dos vértices consecutivos.



TAREA PRÁCTICA: CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS PLANAS CON REGLA Y COMPÁS

➤ Construimos un triángulo de lados 6 cm, 2 cm y 5 cm.



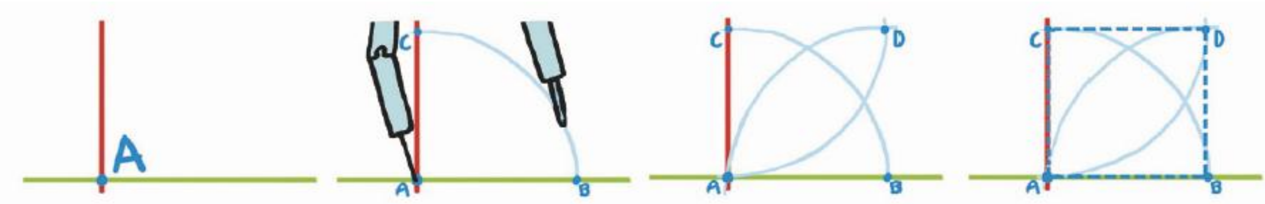
Con ayuda de la regla trazamos un segmento que mida lo mismo que un lado.

Tomamos la medida del lado de 2 cm con el compás. Pinchamos sobre un extremo del segmento y Trazamos un arco.

Tomamos la medida del tercer lado con el compás. Pinchamos sobre el otro extremo del segmento y trazamos un arco.

Unimos el punto en el que se cortan los arcos con los los extremos del segmento.

➤ Construimos un cuadrado de 4 cm de lado.



Trazamos dos rectas perpendiculares y marcamos el punto de corte.

Tomamos la medida del lado con el compás Pinchamos en A y trazamos un arco. Marcamos los puntos de corte.

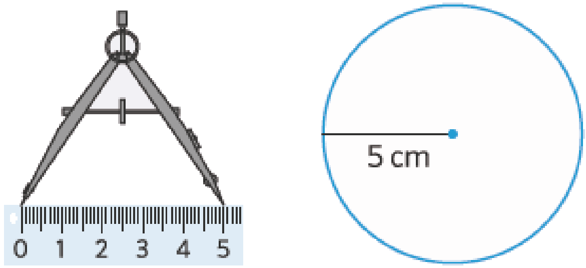
Pinchamos en B y trazamos un arco. Pinchamos en C y trazamos otro arco. El punto de corte de los arcos es el vértice D.

Unimos los vértices.

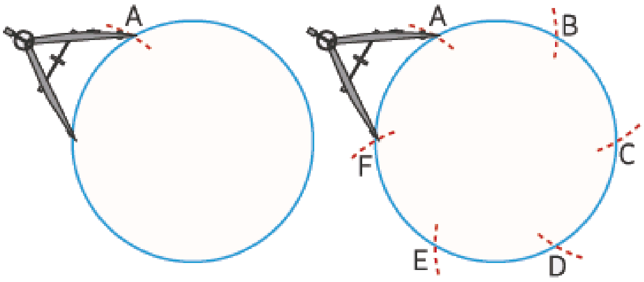
TAREA PRÁCTICA

➤ Construimos un hexágono regular con un compás.

1º. Tomamos con el compás una medida de 5 cm y dibujamos una circunferencia.

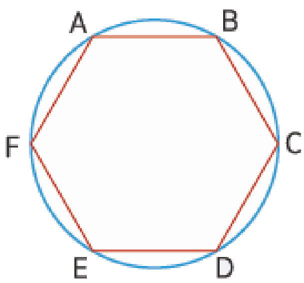


2º. Pinchamos sobre un punto de la circunferencia y trazamos un arco con esa medida. Llamamos A al punto de corte.



Desde A trazamos un nuevo arco que llamamos B. Sin cambiar la abertura del compás, repetimos el proceso hasta volver al primer arco trazado, A.

3º. Unimos en orden todos los puntos marcados utilizando la regla.

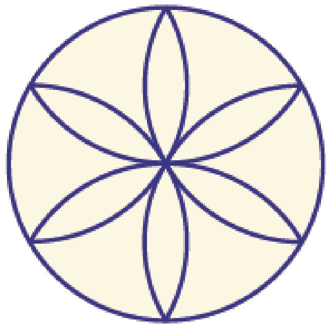


Observa que la figura obtenida es un hexágono

- Dibuja un hexágono regular en tu cuaderno de la forma que acabamos de explicar.
- Mide sus ángulos con el transportador.
- ¿Cuál es el perímetro del hexágono?, ¿cómo lo has calculado?

TAREA PRÁCTICA

➤ Dibujamos una flor con el compás.



1º. Traza una circunferencia.

2º. Sin modificar la abertura del compás, coloca el lado del compás en uno de los bordes y traza un arco que pase por el centro.

3º. Repite el proceso colocando un lado del compás en los puntos en que el arco se cruza con el borde de la circunferencia.

***** (2) Apartado “Polígonos regulares”.

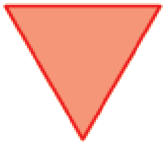
Triángulos: su clasificación [p. 2]

Esta señal de tráfico tiene forma de **triángulo**.

Los **triángulos** son polígonos que tienen **tres lados**.

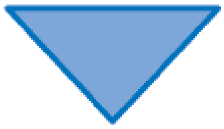
- **Según sus lados**, los triángulos se clasifican en:

EQUILÁTERO



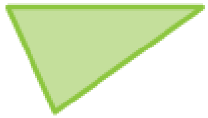
Tres lados iguales.

ISÓSCELES



Dos lados iguales.

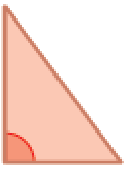
ESCALENO



Tres lados desiguales.

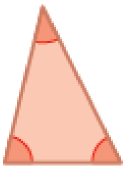
- **Según sus ángulos**, los triángulos se clasifican en:

RECTÁNGULO



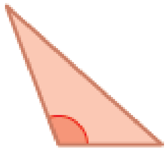
Un ángulo recto.

ACUTÁNGULO



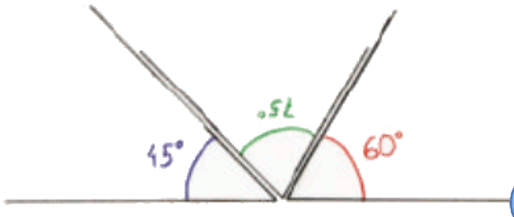
Tres ángulos agudos.

OBTUSÁNGULO

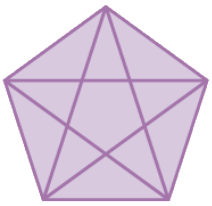


Un ángulo obtuso.

Para demostrar que la suma de los ángulos de un triángulo es 180º se puede dibujar un triángulo en un papel, y luego recortar sus ángulos. Al juntarlos forman un ángulo llano.



Observa la figura.

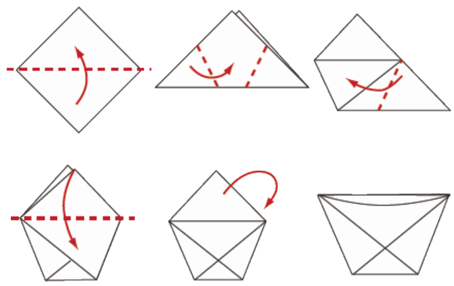


¿Cuántos triángulos hay?
¿Cómo son?. Clasifícalos.

Con los triángulos se puede fabricar un cuenco.

Observa como está hecho y haz tú uno.

Puedes usarlo cuando saques punta al lápiz y, así, no te levantas de la mesa.



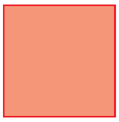
Cuadriláteros: su clasificación [p. 3]

Los cuadriláteros son polígonos que tiene 4 lados. Se clasifican en paralelogramos y no paralelogramos.

PARALELOGRAMOS

Todos los lados son paralelos dos a dos

CUADRADO

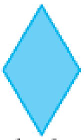


Todos los lados iguales.
Todos los ángulos rectos.

RECTÁNGULO

Lados iguales dos a dos.
Todos los ángulos rectos.

ROMBO



Todos los lados iguales.
Ángulos iguales dos a dos.

ROMBOIDE

Lados iguales dos a dos.
Ángulos iguales dos a dos.

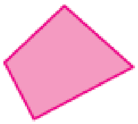
NO PARALELOGRAMOS

No todos los lados son paralelos dos a dos

TRAPECIO

Solo tiene dos lados paralelos.

TRAPEZOIDE

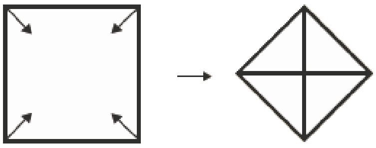


No tiene ningún lado paralelo.

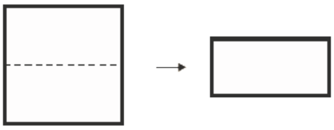
Además de dibujar los distintos tipos de cuadriláteros, podemos manipular y construir otros paralelogramos a partir de un cuadrado.

- Transformar un cuadrado en otro cuadrado llevando cada vértice al centro.

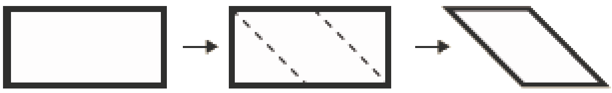
  Es frecuente que confundan un cuadrado girado con un rombo. Para distinguirlos pueden colocarlo de forma que se apoye sobre un lado.



- Transformar el cuadrado en un rectángulo.

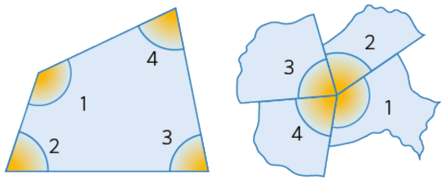


- Transformar el rectángulo formando un romboide.



- ¿Se puede construir un trapecio a partir de un rectángulo? ¿y un rombo?.

Para comprobar que los ángulos de un cuadrilétro suman 360º, se puede hace lo mismo que hicimos con el triángulo.



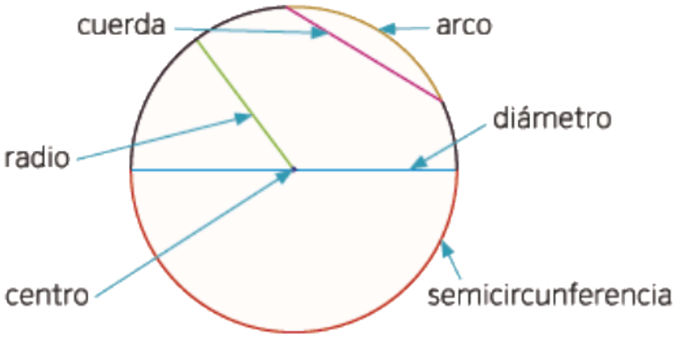
Circunferencia y círculo [p. 4]

Observa estos pares de pendientes, unos con forma de circunferencia y otros con forma de círculo.

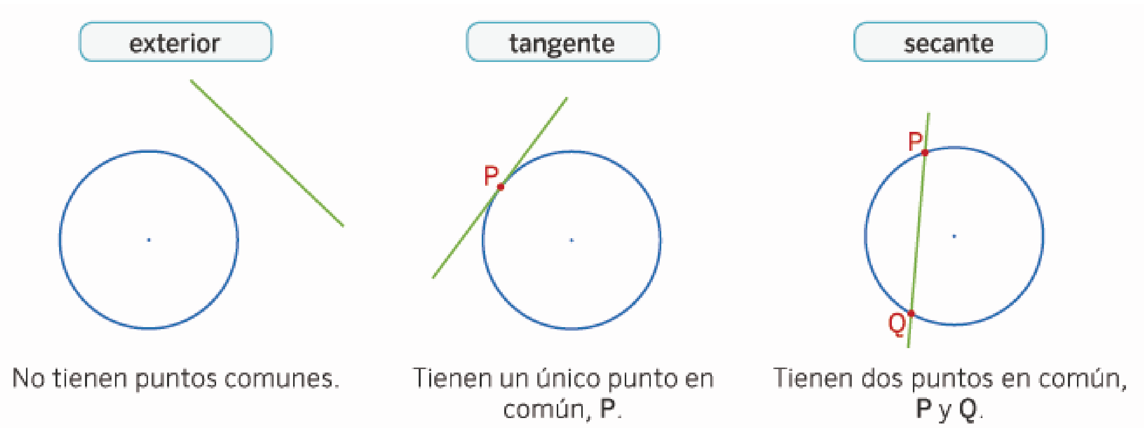
La **circunferencia** es una línea curva cerrada con todos sus puntos a igual distancia del centro.

El **círculo** es una figura plana formada por una circunferencia y su interior.

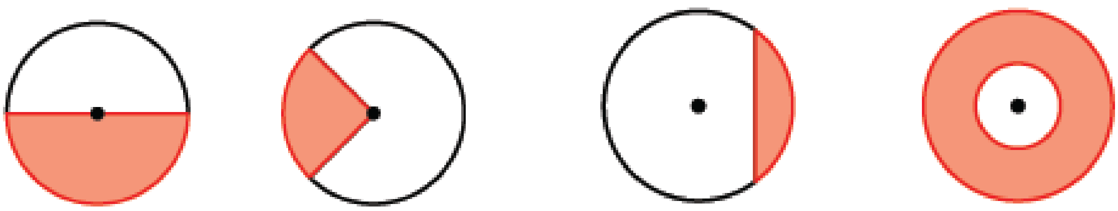
Los **elementos de una circunferencia** son:



La **posición de una recta** con respecto a una **circunferencia** puede ser:



Figuras circulares

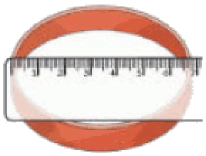


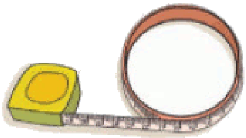
Semicírculo Sector circular Segmento circular Corona circular

Longitud de la circunferencia [p. 5]

Cuanto mayor es la circunferencia, mayor es su diámetro.
Pero, ¿qué relación hay entre la longitud y el diámetro?.

Para descubrirlo medimos la longitud de la circunferencia y el diámetro de un anillo, una pulsera y un aro de gimnasia.



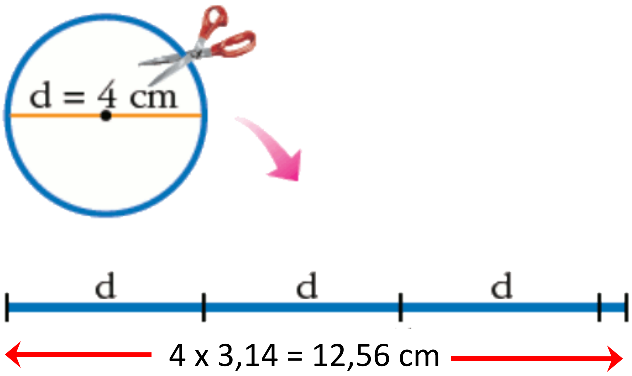


Y con los datos obtenidos de las mediciones elaboramos esta tabla.

objeto	longitud (L)	diámetro (D)	$\frac{L}{D}$
anillo	6,28 cm	2 cm	3,14
pulsera	21,4 cm	6,8 cm	3,147
aro de gimnasia	267,1 cm	85 cm	3,142

Cuando dividimos la longitud de una circunferencia y su diámetro siempre obtenemos la misma cantidad en el cociente. Esta cantidad se llama **número π**, se lee **pi**, y su valor se aproxima a 3,14.

Por tanto, la longitud de una circunferencia es un poco mayor que el triple de su diámetro y para calcularla multiplicamos el diámetro por **π**.



La longitud de la circunferencia es:
L = diámetro x π *o bien* **L = 2 x π x r**

Medida de la superficie [p. 6]

¿Cuánto mide la clase de Irene?

Para averiguarlo, podemos seguir estos pasos:

1º. Observamos que el suelo está cubierto de baldosas iguales.

2º. Para medir la superficie, tomamos una baldosa como unidad de medida

= unidad de medida

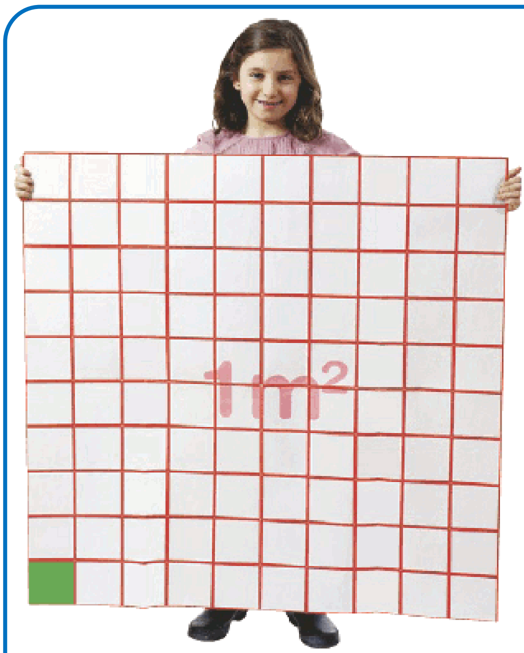
3º. Contamos el número de baldosas. Hay 64 baldosas.

➤ la superficie de la clase de Irene mide 64 baldosas, es decir, su **área** es baldosas.

La **medida de la superficie** de una figura se llama **área**.

Unidades de medida de la superficie

[p. 7 y 8]



El área de un cuadrado de 1m de lado es un **metro cuadrado**. Se escribe 1 **m²**.

El área de un cuadrado de 1 dm de lado es un **decímetro cuadrado**. Se escribe 1 **dm²**.

El área de un cuadrado de 1 cm de lado es un **centímetro** cuadrado. Se escribe 1 **cm²**.

El metro cuadrado es **la unidad principal de superficie**.

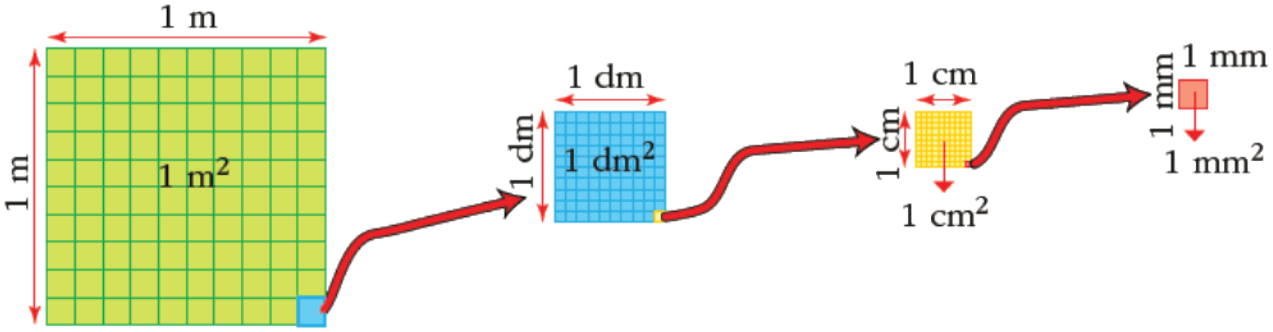
Observa que un metro cuadrado equivale a 100 cuadrados verdes. Por tanto: $1\ m^2 = 100\ dm^2$

Un cuadrado verde equivale a 100 cuadraditos azules. Por tanto: $1\ dm^2 = 100\ cm^2$

Un metro cuadrado equivale a 10.000 cuadraditos azules, ya que 100 x 100 = 10.000.

Por tanto: $1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10.000\ cm^2$

En las unidades de superficie, cada unidad es cien veces menor que la inmediata superior, y cien veces mayor que la inmediata inferior.



Km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²
1 000 000 m²	10 000 m²	100 m²	1	0,01 m²	0,0001 m²	0,000001 m²

Unidades agrarias [p. 8]

Para medir la superficie de campos y terrenos grandes, se utilizan las llamadas **medidas agrarias**.

Hectárea

La **hectárea** (**ha**) equivale a un hectómetro cuadrado.

1 ha = 1 hm^2 = 10.000 m^2

Área

El **área** (**a**) equivale a un decámetro cuadrado.

1 a = 1 dam^2 = 100 m^2

Centiárea

La **centiárea** (**ca**) equivale a un metro cuadrado.

1 ca = 1 m^2

× 100 × 100

ha	a	ca
hm^2	dam^2	m^2

: 100 : 100

Expresiones complejas e incomplejas [p. 9 y 10]

Las medidas pueden expresarse con una sola unidad, de **forma incompleja**, o con varias unidades, de **forma compleja**.

La calle mayor de Abanilla mide 1.856 m. Esta longitud se puede expresar también así:

$$\underbrace{1.856 \text{ m}}_{\text{Expresión incompleja}} = \underbrace{1 \text{ km } \ 8 \text{ hm } \ 5 \text{ dam } \ 6 \text{ m}}_{\text{Expresión compleja}}$$

Abanilla tiene 132 km^2 7 hm^2 9 dam^2 de extensión. Esta superficie se puede expresar también así:

$$\underbrace{132 \text{ km}^2 \ 7 \text{ hm}^2 \ 9 \text{ dam}^2}_{\text{Expresión compleja}} = \underbrace{1.320.709 \text{ dam}^2}_{\text{Expresión incompleja}}$$

Antes de realizar operaciones con expresiones complejas, conviene pasarlas a forma incompleja.

(4 hm 5 dam 3 m) x 5 = 453 m x 5 = 2.265 m

Para pasar de unidades complejas a incomplejas, o viceversa, se puede utilizar el **cuadro de unidades**, que ya hemos utilizado en otras magnitudes del Sistema Métrico Decimal.

Operaciones con unidades de superficie

Suma y resta

Para sumar o restar expresiones complejas de superficie, conviene pasar previamente esas cantidades a la misma unidad y luego sumar o restar.

(7 hm^2 45 m^2) + (83 dam^2 5 m^2)

70.045 m^2 + 8.305 m^2 = 78.350 m^2

Multiplicación o división

Para multiplicar o dividir expresiones complejas de superficie, conviene pasarlas primero a la misma unidad y luego realizar la operación.

(7 hm^2 45 m^2) x 3

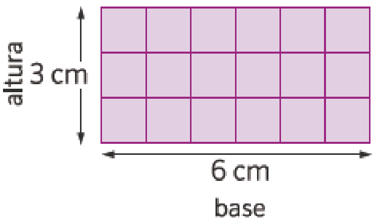
70.045 m^2 x 3 = 210.135 m^2

Área de algunos polígonos [p. 11 y 12]

Para calcular el área de los polígonos, podemos ayudarnos de una cuadrícula.
Utilizamos, por ejemplo, un cuadrado de 1 cm de lado como unidad. Su área es 1 cm^2.

rectángulo

Contamos los cuadrados que lo forman. También podemos calcular cuantos cuadrados con una multiplicación

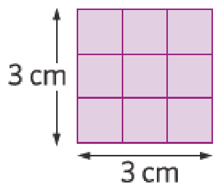


6 x 3 = 18 ➜ Área = 18 cm^2

Área = base x altura

cuadrado

Los lados de un cuadrado son iguales, es decir, la base y la altura miden lo mismo

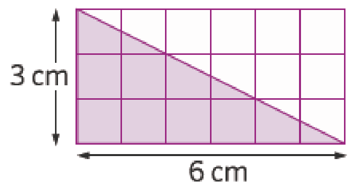


3 x 3 = 9 ➜ Área = 9 cm^2

Área = lado x lado

triángulo

Un triángulo ocupa la mitad de la superficie que un rectángulo de la misma base y altura.

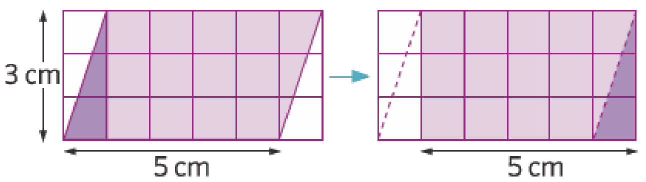


(6 x 3) : 2 = 9 ➜ Área = 9 cm^2

Área = (base x altura) : 2

romboide

Un romboide ocupa la misma superficie que un rectángulo que tenga su misma base y altura

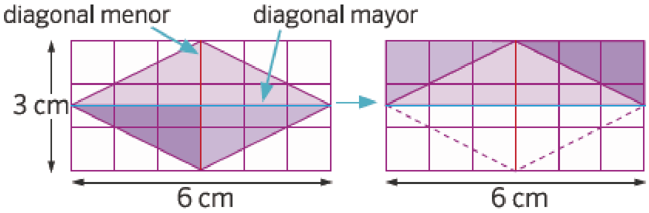


5 x 3 = 15 ➜ Área = 15 cm^2

Área = base x altura

rombo

Un rombo ocupa la mitad de la superficie que un rectángulo cuya base coincida con la diagonal mayor, y su altura, con la diagonal menor



(6 x 3) : 2 = 9 ➜ Área = 9 cm^2

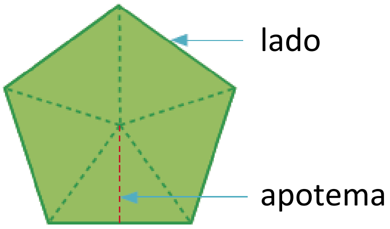
Área = (diagonal mayor x diagonal menor) : 2

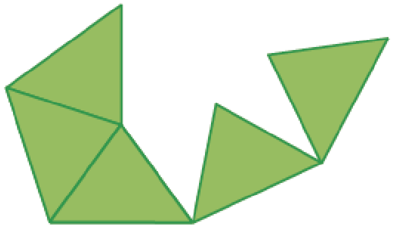
*(8) Formas y orientación en el espacio

Área de un polígono regular [p. 13]

Para calcular el área de un polígono regular seguimos estos pasos.

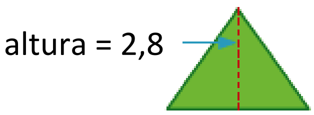
1º. Dividimos el polígono en triángulos iguales, uniendo los vértices con el centro del polígono.





El pentágono está formado por 5 triángulos

2º. Calculamos el área de uno de los triángulos.



- la base del triángulo es igual que el lado del polígono.
- la altura coincide con la apotema.

Área el triángulo = $\frac{base\ x\ altura}{2} = \frac{4\ x\ 2{,}8}{2} = 5{,}6$

➤ El área de triángulo es 5,6 cm^2

3º. Multiplicamos el área del triángulo por el número de triángulos: 5,6 x 5 = 28

➤ El área del pentágono es 28 cm^2.

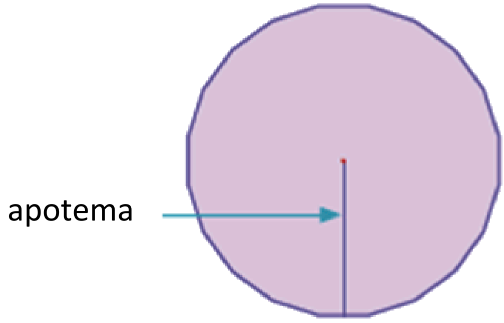
Para obtener la fórmula, expresamos los pasos como operación combinada: $\underbrace{5 \text{ x } 4}_{\text{nº de lados x longitud del lado}} \text{ x } \underbrace{2{,}8}_{\text{apotema}} : 2$

Área del polígono regular = $\frac{perímetro\ x\ apotema}{2}$

*(5) Sólo área polígono regular

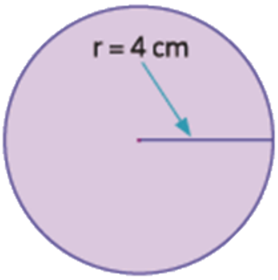
Área del círculo [p. 14]

Sabemos que el área de un polígono regular es:



$$A = \frac{perímetro \ x \ apotema}{2}$$

Calculamos el **área del círculo** como si fuera el área de un polígono regular con muchos lados. La apotema sería el radio, y el perímetro, la longitud de la circunferencia.



$$A = \frac{longitud \ de \ la \ circunferencia \ x \ radio}{2} = \frac{2 \ x \ \pi \ x \ r \ x \ r}{2} = 2 \ x \ \pi \ x \ r^2$$

$$A = 3,14 \ x \ 4^2 = 50,24$$

➤ El área del círculo es 50,24 cm^2.

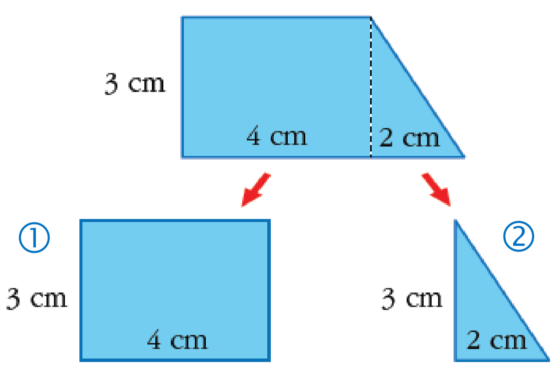
Área del círculo = π x $radio^2$

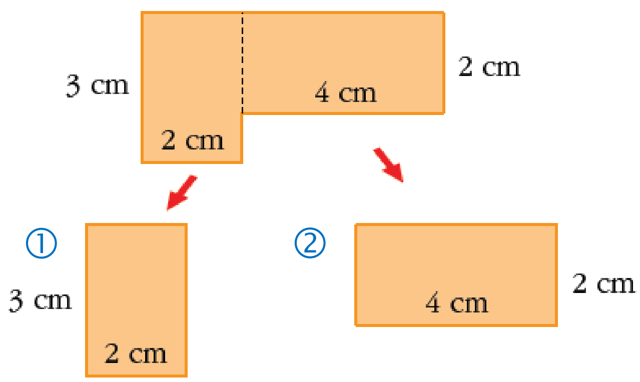
*(4) Sólo área del círculo

Áreas de figuras planas compuestas [p. 15]

Para calcular el área de algunas figuras es necesario descomponerlas en otras cuya superficie podamos calcular.

1º. Descomponemos las figuras en polígonos y calculamos el área de cada polígono.





① Área del rectángulo = base x altura

Área del rectángulo = 4 x 3 = 12 cm^2

② Área del triángulo = $\frac{base\ x\ altura}{2}$

Área del triángulo = $\frac{2\ x\ 3}{2}$ = 3 cm^2

① Área del 1er rectángulo = base x altura

Área del rectángulo = 2 x 3 = 6 cm^2

② Área del 2º rectándulo = base x altura

Área del rectándulo = 4 x 2 = 8 cm^2

2º. Para calcular el área total, sumamos el área de todos los polígonos que forman la figura.

Área de la figura = 12 + 3 = 15 cm^2

Área de la figura = 6 + 8 = 14 cm^2

Para hallar el área de las figuras compuestas, las descomponemos en polígonos cuya área sepamos calcular.